МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ СЛИТКА В ЗВО

**Математическое описание модели затвердевания слитка в МНЛЗ**

Настройка и освоение новых МНЛЗ требует коррекции режимов охлаждения непрерывного сляба в кристаллизаторе в зоне вторичного охлаждения, рассчитанных при проектировании установок.

Как известно, теплообмен на поверхности заготовок определяется функцией распределения коэффициентов теплоотдачи по длине МНЛЗ, которая связана с интенсивностью охлаждения заготовки по периметру, выбранной из условий получения качественного металла на выходе из МНЛЗ.

Таким образом, задача подготовки данных для расчета уточненных режимов охлаждения представляет собой определения функции распределения коэффициентов теплоотдачи на поверхности заготовки на основе полученных в результате экспериментов (чаще всего пассивных, т.е. наблюдений за параметрами разливки) данных по температурам поверхности на гранях заготовки, скорости разливки и расходов охладителя в зонах охлаждения. Получение функции распределения является задачей математического программирования, и его методы дают наилучшее приближение. В дальнейшем подобная модель может служить для прогноза не только температурного поля в заготовке, но и связанных с ним параметров качества и структуры.

Математической моделью процесса кристаллизации непрерывного слитка можно считать дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности в условиях фазовых превращений (кристаллизации металла) с соответствующими начальными и граничными условиями.

(1)

Где ρ – плотность металла;

C – эффективная теплоемкость;

𝜆 – теплопроводность;

q – скрытая теплота плавления;

𝜓(t) – функция, учитывающая долю твердой фазы в двухфазной зоне кристаллизирующегося металла;

Уравнение дополняется следующими начальными условиями:

(2)

где tc – температура перегретой жидкой стали, поступающей в кристаллизатор.

В качестве граничных условий при решении уравнения выбраны граничные условия третьего рода:

(3)

Где tпов – температура поверхности металла;

tср – температура среды;

α(𝜏) – коэффициент теплоотдачи с поверхности металла в зависимости от положения в зоне охлаждения.

Сделаем следующие предположения, вытекающие из физических особенностей задачи:

- температурный режим считаем установившемся;

- скорость движения слитка постоянная;

- теплообмена вдоль слитка не происходит из-за малого изменения температуры вдоль слитка; основной теплообмен идет в плоскости поперечного сечения слитка;

- теплопроводность твердой и жидкой стали считаем одинаковой.

Основываясь на предположениях, мы можем трехмерную задачу рассматривать как двумерную задачу теплообмена с нестационарными граничными условиями в поперечном сечении слитка.

Для упрощения уравнения (1) было выведено эффективное значение теплоемкости Cэф(t)

(4)

Где tс – граничная температура твердого металла (солидус);

tл – температура жидкого металла (ликвидус);

Уравнение теплопроводности приобретает вид:

(5)

Согласно гипотезе о равномерном выделении твердой фазы в интервале температур ликвидус – солидус, функция 𝜓(t) имеет вид:

(6)

Подставляя выражение (6) в выражение (4) получим выражение зависимости теплоемкости от температуры:

(7)

**Выбор и описание численного метода решения**

Строгих аналитических решений поставленной задачи в большинстве случаев не существует, но и численное решение с использованием ЭВМ вызывает трудности и требует значительных затрат машинного времени.

Для численного решения уравнения применим сеточную аппроксимацию температурного поля вдоль поперечного сечения слитка. Для упрощения вычислительных операций выберем одинаковый шаг сетки по ширине и высоте сечения слитка. Выберем явную схему, классическую для такого рода задач. Преимуществом явной схемы является её простота и меньшее количество вычислительных операций по сравнению с неявной схемой. К недостаткам можно отнести то, что для сходимости вычислительного процесса его параметры должны соответствовать критерию сходимости.

В силу симметричности граничных и начальных условий в качестве области решения выберем четверть сечения слитка.

Зададимся размером слитка S x H. Выберем шаг дискретизации Δ по длине исходя из требуемой точности и критериев сходимости метода. Тогда количество разбиений четверти сечения по ширине и по высоте соответственно равны (под знаком ][ понимается округление до большего целого):

(8)

Рассмотрим некоторую элементарную ячейку с температурой ti,j лежащую в области решения. На основании теплового баланса тепловой поток через стенки данной ячейки от соседних ячеек идет на нагрев ячейки за элементарный промежуток времени.

Запишем уравнение (1) в конечных разностях

(9)

Где – значение температуры на следующем временном шаге;

ti,j – значение температуры на данном временном шаге;

Δτ – шаг дискретизации по времени;

Индексы i и j – соответственно по ширине и высоте сечения слитка.

Выразив ΔV,ΔS, Δx, Δy через одинаковый шаг Δ. Подставим выражение (9)

(10)

Сократив (10) получим:

(11)

Выразим из (11):

(12)

Где индексы меняются в следующих пределах:

i = 2..nx-1;

j = 2..ny-1;

Для граничных ячеек с учетом граничных условий выражения для имеют вид:

Для верхней широкой грани слитка

(13)

Где индексы меняются в следующих пределах:

i = 2..nx-1;

j = ny;

α – коэффициент теплопередачи от слитка к поверхности;

tсреды – условная температура ЗВО.

Для нижней широкой грани четверти слитка

(14)

Где индексы меняются в следующих пределах:

i = 2..nx-1;

j= 1;

для боковой внешней грани четверти слитка

(15)

Где индексы меняются в следующих пределах:

i = nx;

j = 2..ny-1;

α – коэффициент теплопередачи от слитка к поверхности;

tсреды – условная температура ЗВО.

Для боковой внутренней грани четверти слитка

(16)

Где индексы меняются в следующих предлах:

i = 1;

j = 2..ny-1;

Для упрощения вычислительного процесса расчет температуры в угловых ячеек будем производить как средне арифметическое смежных ячеек. Таким образом формулы для угловых ячеек имеют следующий вид:

(17)

Вычислительный процесс производится в следующем порядке:

1. Начальная матрица t размером nx×ny заполняется значениями начальной температуры перегретой жидкой стали tс.
2. Переменные τ и z приравниваются к нулю.
3. Вычисляется значение коэффициента теплоотдачи α(z) для текущего положения сечения в зоне ЗВО.
4. По формулам 13-16 вычисляются значения температур в граничных ячейках матрицы размером nx×ny.
5. По формуле 12 вычисляются значения ячеек матрицы tслед в середине сечения.
6. По формулам 17 вычисляются значения температур в угловых ячейках матрицы.
7. Вывод матрицы tслед в графическом виде.
8. Значения температур в характеристических точках запоминаются для дальнейшего построения графиков.
9. Наращиваются переменные τ=τ+Δτ и z=z+Δτ×v
10. Копируем матрицу tслед в матрицу t.
11. Если переменная z меньше длинны ЗВО L то переходим к пункту 3.
12. Вывод графиков зависимости температуры в характеристических точках от времени.

**Идентификация модели**

Для идентификации модели необходимо задать ее параметры, которые соответствуют реальным свойствам материалов. Теплофизические параметры выберем из справочников по металлургии стали. Технологические параметры взяты для конкретной МНЛЗ. Разделим параметры по нескольким категориям.

Параметры, задающие тепловой баланс в ячейках полосы:

Tc = 1510 °C – начальная температура перегретой жидкой стали.

Ст = 420 Дж/(кг·К) – удельная теплоемкость твердой стали;

Сж = 460 Дж/(кг·К) – удельная теплоемкость жидкой стали;

Qпл = 83700 Дж/кг – удельная скрытая теплота затвердевания;

tс = 1420 °C – нижняя температура плавления (солидус);

tл = 1450 °C – верхняя температура плавления (ликвидус);

сп=(ст+сж)/2+ Qпл/(tл-tc) = 3230 Дж/(кг·К) – массовая теплоемкость переходной фазы.

Очевидно, что она значительно отличается от теплоемкости жидкой и твердой стали. Её величина оказывает значительное влияние на картину затвердевания стали;

𝜌=7000 кг/м3 – усредненная плотность стали, принимаем равной для жидкой и твердой фазы.

λ = 42 Вт/(м2К) – усредненная теплопроводность жидкой и твердой стали.

Геометрические параметры полосы:

L = 22,5 м – длина полосы;

S = 1,5 м – ширина полосы;

H = 0,35 м – высота полосы.

Параметры задающие конфигурацию сетки модели

Δ = 0,02 м – шаг дискретизации по сечению слитка;

nz = 60 – количество разбиений по длине слитка;

Δz = L/nz = 22,5/60 = 0,375 – шаг дискретизации по длине слитка;

ny = ]H/(2·Δ)[ = ]0,35/(2·0,02)[ = 9 – количество разбиений по высоте;

nx = ]S/(2·Δ)[ = ]1,5/(2·0,02)[ = 38 – количество разбиений по ширине;

Δτ = 3 c – шаг дискретизации по времени;

Условие сходимости явной разностной схемы имеет вид:

(18)

Подставим в выражение (18) критические значения параметров:

42·3/(420·7700·0,022) = 0,097<0,025 – выбранные параметры модели удовлетворяют условиям сходимости.

Наиболее существенным параметром модели является распределение коэффициента теплоотдачи по длине ЗВО. Подобные данные являются экспериментальными и специфичны для конкретной МНЛЗ, марок сталей, условий разливки. В качестве данных выберем результаты исследовательской работы, проводимой для определения распределения α.

Первый и второй графики показывают распределения, найденные экспериментально путем аппроксимации экспериментальных данных .

Третий рисунок отображает теоретическое распределение, найденное авторами работы в результате анализа наиболее рационального охлаждения по Д. П. Евтееву: монотонное снижение температуры по длине слитка; равномерное распределение температур по периметру; обеспечение температуры поверхности слитка в конце зоны вторичного охлаждения не ниже 800-900°C.

Большое значение α на начальном отрезке моделирует кристаллизатор, где тепловой поток от слитка наибольший. При выходе из кристаллизатора сляб попадает в первую секцию ЗВО, расход охлаждающей воды в которой максимальный. Соответственно интенсивность охлаждения высокая. При движении к последующим секциям расходы воды уменьшается, а потом слиток и вовсе выходит из ЗВО. Дальнейшее охлаждение происходит за счет естественного застывания, что видно на графиках.

Рисунок 1 – Распределение № 1 коэффициента теплоотдачи в ЗВО

Рисунок 2 – Распределение № 2 коэффициента теплоотдачи в ЗВО

Рисунок 3 – Распределение № 3 коэффициента теплоотдачи в ЗВО